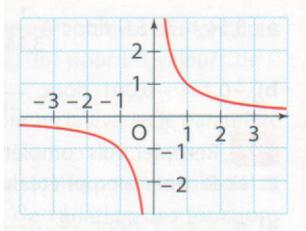


3. Énoncé des exercices

Exercice 12.1 f est la fonction inverse. Calculer les images par f des réels :

- a) $\frac{5}{7}$; b) $-\frac{1}{9}$; c) $-\frac{3}{4}$
d) $\frac{5}{8}$; e) 10^{-6} ; f) 10^5

Exercice 12.2 Voici la courbe représentative de la fonction inverse dans un repère.



Expliquer graphiquement :

- a) Pourquoi il n'existe qu'un réel dont l'inverse est 2. Quel est ce réel ?
b) Pourquoi il n'existe qu'un réel dont l'inverse est -3. Quel est ce réel ?
c) Pourquoi il n'existe pas de réel dont l'inverse est 0.

Exercice 12.3 f est la fonction inverse. Déterminer les antécédents par f de chacun des réels :

- a) $\frac{4}{3}$; b) 0,02; c) 10^{-5} ; d) 2×10^4

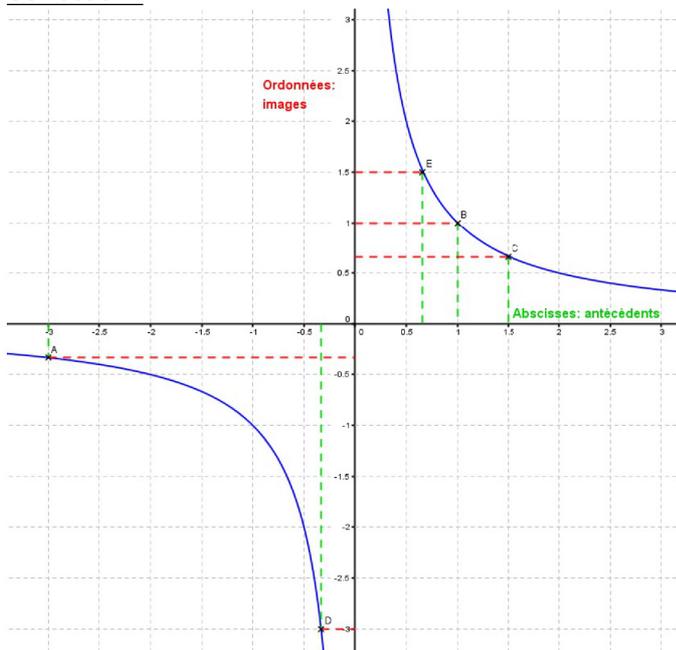
Exercice 12.4 a) Dans un repère orthogonal, tracer la courbe représentative de la fonction inverse sur l'intervalle $[-3;3]$.

b) Indiquer graphiquement, en laissant apparaître les traits de construction :

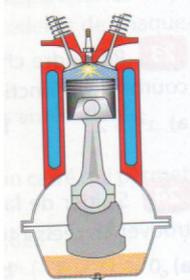
- les images de -3, de 1 et de $\frac{3}{2}$
- les antécédents de -3, de 1 et de $\frac{3}{2}$

c) Retrouver ces résultats par le calcul.

Correction :



Exercice 12.5 À l'intérieur d'un piston, la pression P , en bars, et le volume V , en litres, suivent la loi $P \times V = 1$.



- a) Expliquer pourquoi cette loi est liée à la fonction inverse.
 b) Sachant qu'à l'intérieur du piston, le volume peut varier entre 0,5 et 5 litres, quelles sont les valeurs possibles pour la pression ?

Exercice 12.6 f est la fonction $x \mapsto 5x - \frac{1}{2x} + 4$.

- a) Identifier l'ensemble de définition de f .
 b) f est-elle une fonction homographe ?

Exercice 12.7 f est la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{3}{x-1}$.

On se propose d'étudier les variations de f de deux façons.

u et v désignent deux réels de $]1; +\infty[$ tels que $u \leq v$.

1) Avec la définition

- a) Vérifier que $f(u) - f(v) = \frac{3(v-u)}{(u-1)(v-1)}$
 b) Donner le signe de $v-u$, $u-1$, $v-1$. En déduire le signe de $f(u) - f(v)$.
 c) En déduire le sens de variation de f sur $]1; +\infty[$.

2) Avec les fonctions de référence

- a) Compléter les pointillés par les inégalités qui conviennent, puis par les propriétés utilisées :

Si $1 < u \leq v$, alors $0 \dots u-1 \dots v-1$,

donc $\frac{1}{u-1} \dots \frac{1}{v-1}$, car

.....

.....

donc $\frac{3}{u-1} \dots \frac{3}{v-1}$, car

.....

.....

- b) En déduire le sens de variation de f sur $]1; +\infty[$.

Exercice 12.8 Résoudre les équations suivantes, après avoir déterminé pour quelles valeurs de x l'expression est définie :

- $\frac{3x+1}{x-3} = 1$
- $\frac{-x+4}{2x+1} = -2$

Exercice 12.9 Résoudre les inéquations suivantes, après avoir déterminé pour quelles valeurs de x l'expression est définie :

- $\frac{x+2}{x+4} \leq 0$
- $\frac{2x-3}{-x+5} \leq -2$
- $\frac{1}{2x-3} < \frac{1}{2}$

Exercice 12.10 Un automobiliste parcourt le trajet de Bordeaux à Toulouse en un temps t_1 et à la vitesse moyenne $v_1 = 90 \text{ km.h}^{-1}$. Il parcourt le trajet retour en un temps t_2 et à la vitesse moyenne $v_2 = 60 \text{ km.h}^{-1}$. On rappelle que la vitesse moyenne est donnée par $v_{\text{moy}} = \frac{d}{t}$, où d est la distance parcourue et t le temps mis pour la parcourir. On note v la vitesse moyenne de l'automobiliste sur le trajet aller-retour. Montrer que $v = \frac{2}{\frac{1}{90} + \frac{1}{60}} \text{ km.h}^{-1}$.

Exercice 12.11 Dans un four à micro-ondes, la puissance transmise aux aliments est une fonction de la durée de chauffage et se calcule par une formule.

Pour l'eau, elle est donnée par la formule suivante :

$$P = \frac{4186(T_{fin} - T_{init})}{d}$$

où P est la puissance exprimée en Watts (W), T_{fin} est la température de l'eau en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) après chauffage, T_{init} est la température de l'eau en degrés Celsius ($^{\circ}\text{C}$) avant chauffage et d la durée en secondes (s) de chauffage.

1. On chauffe de l'eau pour que sa température passe de 20°C à 90°C . Le chauffage prend 90 secondes. Quelle puissance a-t-on transmise à l'eau ?
2. Tracer la courbe de la fonction puissance en fonction de la durée de chauffage de l'eau avec $T_{fin} = 90$ et $T_{init} = 20$.
3. Combien de temps faut-il chauffer l'eau pour une puissance de 5000W ?